Bienvenue !

Visiter

# "Physique Fine enjah "

sur youtube

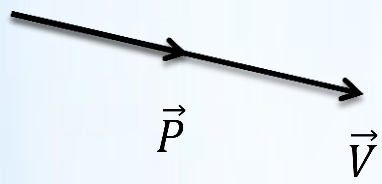
Pour plus comprendre le cours

# Chapitre 2 :
# Quantité de mouvement et deuxième loi de Newton

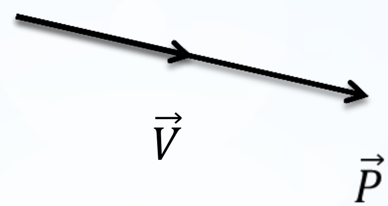
1. *Quantité de mouvement d'une particule ,*
2. *Quantité de mouvement d'un système matériel ,*
3. *Centre de masse ,*
4. *Deuxième loi de Newton en translation ,*
5. *Les différentes types du choc ,*
6. *Mouvement d'un Projectile (**) .*

- *La quantité de mouvement d'une particule de masse m , en déplacement avec une vitesse $\vec{V}$ , est un <u>Vecteur</u> $\vec{P}$ , tel que* $\vec{P} = m\,\vec{V}$ .

- $\vec{P}$ *et* $\vec{V}$ *sont colinéaires et de même sens* $(m > 0)$ .




*Si 0<m<1*




*Si m > 1*

$\vec{P} = \vec{V}$ $(si\ m = 1\ kg\ )$

*Dans le SI :*

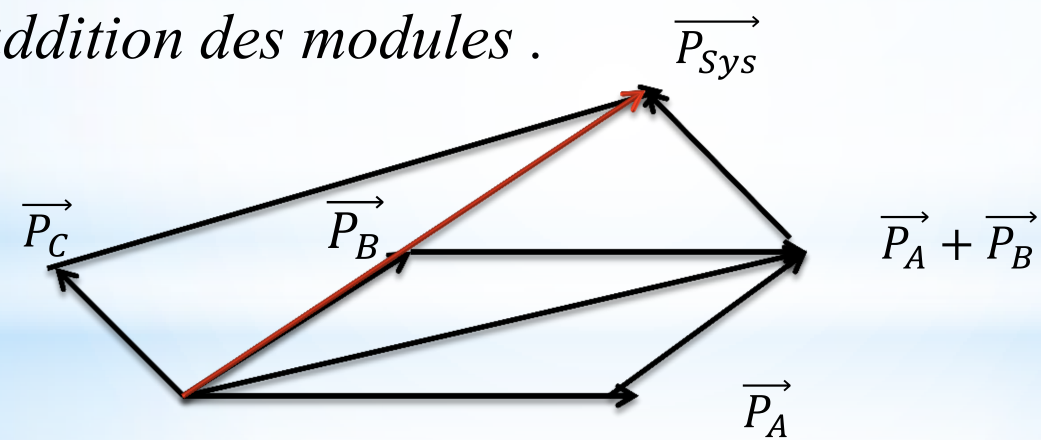
- *V : en m/s*
- *M : en Kg*
- *En module : P=mV (kg . m/s)*

- *Quantité de mouvement d'un système matériel:*

*Soit un système formé de trois particules ( A , B , C ) , de quantité de mouvement respectives* $\left(\overrightarrow{P_A} = m_A\overrightarrow{V_A}\ ;\ \overrightarrow{P_B} = m_B\,\overrightarrow{V_B}\ \ et\ \vec{P}_C = m_C\overrightarrow{V_C}\right)$.

- ✓ *La quantité de mouvement du système ( A , B et C ) est la somme des quantités de mouvements de chaque particule , C à d :*

$\overrightarrow{P_{Sys}} = \vec{P}_A + \vec{P}_B + \vec{P}_C$ *. L'addition s'effectue vectoriellement et n'ont pas par l'addition des modules .*



- *Centre de masse:*

- *Soit un système formé de 3 particules de centres de masses respectives $G_1$ , $G_2$ et $G_3$ , et G est le centre de masse de ce système dans un repère orthonormal tridimensionnel de centre O , alors :*

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m_1\overrightarrow{OG_1} + m_2\overrightarrow{OG_2} + m_3\overrightarrow{OG_3}}{m_1 + m_2 + m_3}$$

*Par dérivation par rapport au temps :*

$\overrightarrow{V_{Sys}} = \frac{m_1\overrightarrow{V_1}+m_2\overrightarrow{V_2}+m_3\overrightarrow{V_3}}{m_1+m_2+m_3}$ *, On pose* $M = m_1 + m_2 + m_3$ *, la masse du système* $\Rightarrow M\,\overrightarrow{V_{Sys}} = m_1\overrightarrow{V_1} + m_2\overrightarrow{V_2} + m_3\overrightarrow{V_3}$

- *D'où ,*

| |
|---|
| ➢ $\overrightarrow{P_{Sys}} = \overrightarrow{P \underset{(centre\ de\ masse)}{COM}}$ . $(Formule\ applicable)$ |

- ***Deuxième loi de Newton:***

*Sys ( Corps ) , Deuxième loi de Newton en translaion:*

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\vec{V})}{dt}$$

- ✓ *Si m est constante , alors* $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\frac{d\vec{V}}{dt} = m\vec{a}$ .

- ✓ *Si m est variable , alors* $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\frac{d\vec{V}}{dt} + \vec{V}\frac{dm}{dt}$ .

- ***Remarque:***

- ✓ *un système ( Corps ) : est dit isolé ,Ssi* $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$ .

- ✓ *Lorsqu'on applique la deuxième loi de Newton , on n'inclus pas la terre , pour qu'elle soit une force éxtérieur au système .*

- ✓ *Pour un système isolé ,* $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{0}$

$\Rightarrow \vec{P} = \overrightarrow{Constante} \Rightarrow \Delta\vec{P} = \vec{P}_F - \overrightarrow{P_I} = \vec{0}$ , *et* $\overrightarrow{P_F} = \overrightarrow{P_I}$ .

- *On dit qu'il ya conservation de la quantité de mouvement pour un système isolé .*

- $\vec{J} = \Delta\vec{P}$ *est appelée impulsion du système .*

➢ *Exercice complémentaire :*

*On considère trois particules A , B et C , de masse respectives* $m_A = 1kg$ , $m_B = 3kg$ *et* $m_C = 2kg$ . *On donne les coodonnées dans un repère* $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j}\ ;\ \vec{k}\ )$ *, tel que :*
$A(\ 3t-1\ \ ;\ 4-t^2\ ;\ 2t^2\ )$ , $B\ (2\ ;\ t^2-1\ \ ;t-2\ )$ *et* $C\ (\ -t\ ;\ -t^2-2\ ;\ -t^2+2\ )$ *, t en (s) .*

1. *Détérminer les quantités de mouvements* $\overrightarrow{P_A}$ ; $\overrightarrow{P_B}$ *et* $\overrightarrow{P_C}$ *respectivements des particules* $A\ ;B$ *et* $C$ .

*Sol:* $\vec{r_1} = \overrightarrow{OA} = (3t-1)\,\vec{i} + (4-t^2)\,\vec{j}\ + (2t^2)\,\vec{k}$

$$\overrightarrow{V_A} = \frac{d\vec{r_1}}{dt} = 3\,\vec{i} - 2t\,\vec{j} + 4t\,\vec{k}$$

*Alors* $\overrightarrow{P_A} = m_A\vec{V}_A = 3\,\vec{i} - 2t\,\vec{j} + 4t\,\vec{k}$ *) Kg .m / S .*

$$\vec{r_2} = \overrightarrow{OB} = 2\,\vec{i}\ + (t^2-1)\,\vec{j} + (t-2)\,\vec{k}$$

$$\overrightarrow{V_B} = \frac{d\vec{r_2}}{dt} = 2t\,\vec{j} +\ \vec{k}$$

*Alors* $\overrightarrow{P_B} = m_B\vec{V}_B = 6t\,\vec{j} + 3\,\vec{k}$ *) Kg . m / S .*

$$\vec{r_3} = \overrightarrow{OC} =\ -t\,\vec{i}\ + (-t^2-2)\,\vec{j} + (-t^2+2)\,\vec{k}$$

$\vec{V}_C = \frac{d\vec{r_3}}{dt} =\ -\vec{i} - 2t\,\vec{j} - 2t\,\vec{k}$ .

*Alors* $\overrightarrow{P_C} = m_C\vec{V}_C = -2\,\vec{i} - 4t\,\vec{j} - 4t\,\vec{k}$ *) Kg . m / S .*

2. *Calculer $\overrightarrow{P_{Sys}}$ , la quantité de mouvement total du système ( A , B , C ) .*

<u>*Sol:*</u> $\overrightarrow{P_{Sys}} = \overrightarrow{P_A} + \overrightarrow{P_B} + \overrightarrow{P_C} = (3+0-2)\,\vec{\imath} + (-2t+6t-4t)\,\vec{\jmath} + (4t+3-4t)\,\vec{k}$

$\Rightarrow \overrightarrow{P_{Sys}} = \vec{\imath} + 3\,\vec{k}$ *est un constante , donc le système est isolé .*

*Module:* $P_{Sys} = \left\|\overrightarrow{P_{Sys}}\right\| = \sqrt{(1)^2+(0)^2+(3)^2} = \sqrt{10}\ \ kg\,.\,m\,/\,s$ .

3. *Détérminer la quantité de mouvement du centre de masse G du système (A , B , C ) .*

<u>*Sol:*</u>

$$X_G = \frac{m_A X_A + m_B X_B + m_C X_C}{m_A + m_B + m_C} = \frac{1(3t-1)+3(2)-2(t)}{1+3+2} = \frac{t+5}{6}$$

$$y_G = \frac{m_A y_A + m_B y_B + m_C y_C}{m_A + m_B + m_C} = \frac{1(4-t^2)+3(t^2-1)+2(-t^2-2)}{1+3+2} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2}$$

$$Z_G = \frac{m_A Z_A + m_B Z_B + m_C Z_C}{m_A + m_B + m_C} = \frac{1(2t^2)+3(t-2)+2(-t^2+2)}{1+3+2} = \frac{3t-2}{6}.$$

*Alors :* $\vec{r} = \overrightarrow{OG} = \left(\frac{t+5}{6}\right)\vec{\imath} - \frac{1}{2}\ \vec{\jmath} + \left(\frac{3t-2}{6}\right)\vec{k}$ *) mètre .*

$$\overrightarrow{P_G} = (m_1+m_2+m_3)\vec{V}_G = (1+3+2)\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right) = 6\left(\frac{1}{6}\right)\vec{\imath} + 6(0)\,\vec{\jmath} + 6\left(\frac{3}{6}\right)\vec{k}$$

$\Rightarrow \overrightarrow{P_G} = \vec{\imath} + 3\,\vec{k}$ *) kg . m /s* $= \vec{P}_{Sys}$

*C.q.f.d.*

- *<u>Les différentes types de choc (collision):</u>*

*Soit un système ( particule A , particule B , terre ) , A et B entre en choc :*

- *Choc élastique : l'énérgie cinétique du système est conservé durant le choc ,* $E_{C\,(juste\ avant\ choc)} = E_{C\,(juste\ après\ choc)}$ .

- *Choc inélastique : l'énérgie cinétique du système n'ést pas conservé durant le choc* $E_{C\,(juste\ avant\ choc)} \neq E_{C\,(juste\ après\ choc)}$ .

- *Choc complètement inélastique : Pas de conservation de l'énérgie cinétique , les 2 particules ont le même vitesse aprè le choc .*

*Méthode de travail , dans les exercices fondamentales !*
*On suppose que les vitesses sont colinéaires .*

- *Lorsqu'on étudie un choc entre deux objets , on prend le système ( 2 objets , terre ) , pour que le poids soit une force intérieur au système , dans le but de dire* $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$ ⇒ *conservation de la quantité de mouvement* <u>*totale*</u> *du système .*

- *Un question se répète toujours par les étudiants , est : la force exercée entre les deux blocs à l'instant de la collision , n'est pas mise en évidence , pourquoi ?*

- ✓ *Car : C'est une force intérieur au système , elle fait varier la quantité de mouvement de chaque élément dans le système , d'une manière tel que la quantité de mouvement totale du système soit constant , si il n'ya pas des forces éxtérieurs éxércées sur le système .*

## ➢ *Exercice fondamentale 1 , Choc complètement inélastique:*

*2 objets ( A et B ) , entre en choc complètement inélastique sur une trajectoire rectiligne selon l'horizantale* $\vec{\imath}$ .
*Sys : { A , B , terre } , On suppose que le poids et la réaction normale sont les seules forces éxercées sur le système , or elles sont des forces intérieurs au système , donc : le système est isolé , et parsuite :*

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0} \Rightarrow \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} = \overrightarrow{cte} \Rightarrow \overrightarrow{P_F} = \overrightarrow{P_I}$$

*F: Juste après le choc , et I : juste avant le choc .*

*Donc :* $m_A\overrightarrow{V_A} + m_B\overrightarrow{V_B} = (m_A + m_B)\vec{V}$ *( même vitesse juste après le choc car le choc est complètement inélastique ) .*
$\vec{V}$ *est la vitesse du système juste après le choc .*

*On suppose que les vitesses sont des grandeurs algébriques ( positifs ou négatif )*
*Pour obtenir :*

$m_A V_A \vec{i} + m_B V_B \vec{i} = (m_A + m_B) V \vec{i}$ *, simplifier par* $\vec{i}$ *,*
$m_A V_A + m_B V_B = (m_A + m_B) V$

*Donc :* $V = \frac{m_A V_A + m_B V_B}{m_A + m_B}$ *m / s , si* $V > 0$ *alors A et B déplacent dans le sens positive , et si* $V < 0$ *alors A et B déplacent dans le sens négative .*

## ➢ *Méthode de travail , Choc élastique :*

1. *Conservation de la quantité de mouvement : Equation A*
2. *Conservation de l'énérgie cinétique : Equation B*
3. *Equation B divisé par équation A : Equation C*
4. *Equation C dans l'équation B : Equation D*
5. *Equation C multiplié par* $m_1$ *: Equation E*
6. *Equation D additionné avec E : Expréssion de* $V'_2$
7. *Expréssion de* $V'_2$ *dans l'équation C :* $V'_1$

✓ *Et donc on obtient les expréssions de* $V'_1$ *et* $V'_2$ *en fonction de* $V_1$ *et* $V_2$ *.*

## ➢ Exercice fondamentale 2 , Choc élastique :

*Soit deux particules A et B , entre en choc élastique , sur une trajectoire rectiligne selon l'horizantale $\vec{\imath}$ .*

*Sys : { A , B , terre } ,* $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0} \Rightarrow \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} = \overrightarrow{cte} \Rightarrow \overrightarrow{P_F} = \overrightarrow{P_I}$

*F: Juste après le choc , et I : juste avant le choc .*

*Donc :* $m_A\overrightarrow{V_A} + m_B\overrightarrow{V_B} = m_A\overrightarrow{V'_A} + m_B\overrightarrow{V'_B}$

$\overrightarrow{V'_A}$ *et* $\overrightarrow{V'_B}$ *sont respectivement les vitesses de A et B juste après le choc .*

*En grandeurs algébriques :*

$m_AV_A\vec{\imath} + m_BV_B\vec{\imath} = m_AV'_A\vec{\imath} + m_BV'_B\vec{\imath}$ *, simplifier par* $\vec{\imath}$ *,*

$$m_AV_A + m_BV_B = m_AV'_A + m_BV'_B$$

✓ $m_A(V_A - V'_A) = m_B(V'_B - V_B)$ *( premier équation ) .*

*Choc élastique , alors conservation de l'énérgie cinétique :*

$E_{C(f)} = E_{C(I)}$ *, système ( A , B ,terre )*

*F : Juste après le choc , et I : Juste avant le choc .*

$$\frac{1}{2}m_A {V_A}^2 + \frac{1}{2}m_B {V_B}^2 = \frac{1}{2}m_A {V'_A}^2 + \frac{1}{2}m_B {V'_B}^2$$

*Simplifier par* $\frac{1}{2}$ *, pour obtenir :*

$m_A {V_A}^2 + m_B {V_B}^2 = m_A {V'_A}^2 + m_B {V'_B}^2$ *, Donc:*

$$m_A\left({V_A}^2 - {V'_A}^2\right) = m_B({V'_B}^2 - {V_B}^2)$$

*Et parsuite :*

- ✓ $m_A(V_A - V'_A)(V_A + V'_A) = m_B(V'_B - V_B)(V'_B + V_B)$

*( Deuxième équation)*

$$\frac{deuxième\ équation}{première\ équation}\ Donnent:$$

$V_A + V'_A = V'_B + V_B$ ( troisième équation )

(Deuxième) $m_A(V_A - V'_A)(V_A + V'_A) = m_B(V'_B - V_B)(V'_B + V_B)$

- *On simplifie d'après l'équation trois , pour obtenir :*

$m_A(V_A - V'_A) = m_B(V'_B - V_B)$

$\Rightarrow m_A V_A - m_A V'_A = m_B V'_B - m_B V_B$ ( L )

- $V_A + V'_A = V'_B + V_B$ ( troisième équation ) , on multiplie par $m_A$ :

$m_A V_A + m_A V'_A = m_A V'_B + m_A V_B$ (K)

- (L)+(K) $\Rightarrow 2m_A V_A = (m_A + m_B)V'_B + (m_A - m_B)V_B$

Donc: $V'_B = \frac{2m_A V_A + (m_B - m_A)V_B}{m_A + m_B}$ $m/s$ .

Khaled Soubra - Terminal

*Remplaçons* $V'_2$ *par son expression dans l'équation trois :*

$$V_A + V'_A = V'_B + V_B$$

*Donc :* $V'_A = V'_B + V_B - V_A = \frac{2m_A V_A + (m_B - m_A)V_B}{m_A + m_B} + V_B - V_A$

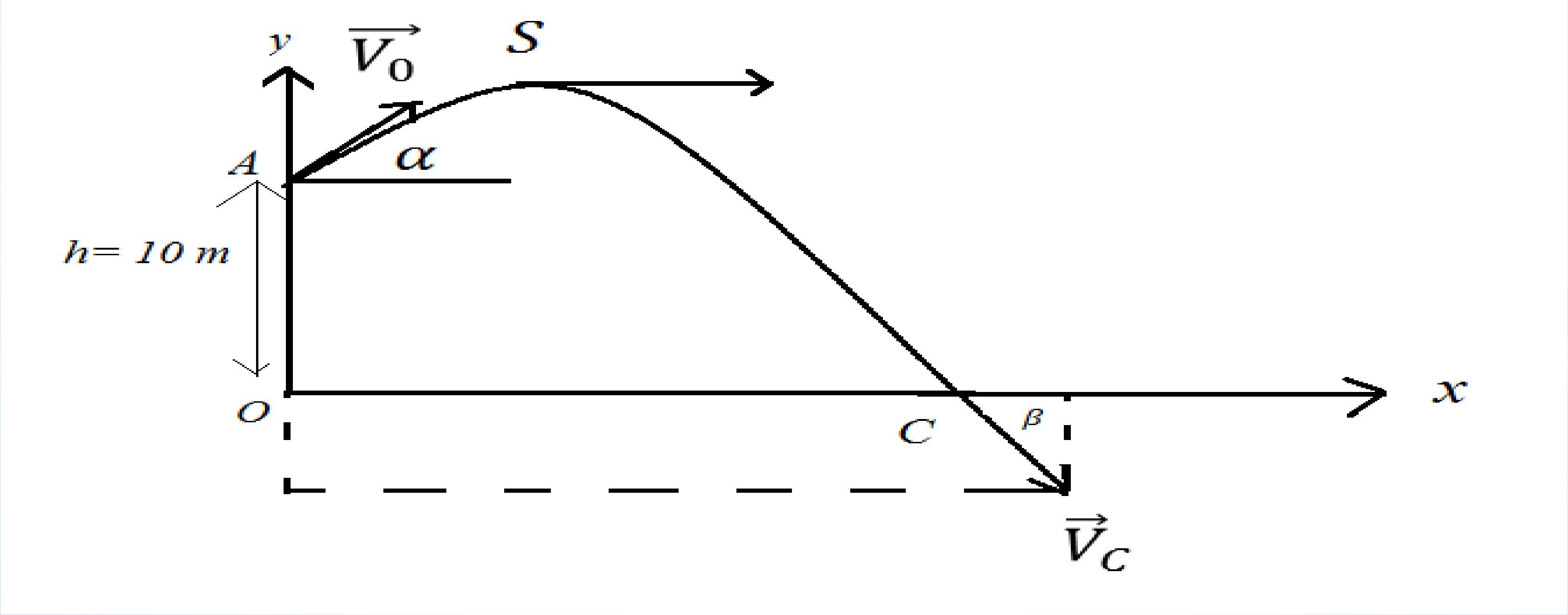
*Par dénominateur commun on obtient :*

$V'_A = \frac{(m_A - m_B)V_A + 2m_B V_B}{m_A + m_B}$ *m/ s .*

*Remarque: Les vitesses sont en grandeurs algébriques , leurs signes indiques les sens de déplacement des particules A et B , juste après la collision.*

➢ *Application de la quantité de mouvement sur un projectile :(**)*

*Un plongeur de masse* $m = 100\ kg$ *, part d'un point A à 10 m du sol avec une vitesse initiale* $V_0 = 4m/s$ *, faisant un angle* $\alpha = 45^0$ *, avec l'horizantalee . ( Rq : L'angle* $\alpha$ *est entre le vecteur* $\overrightarrow{V_0}$ *et l'horizantale , et n'ont pas entre la courbe et l'horizantal ! ) .*
*Prendre* $g = 10\ m/s^2$ *.*



1. *Calculer le vecteur quantité de mouvement* $\overrightarrow{P_0}$ *du plongeur à* $t_0 = 0$ .

<u>*Sol:*</u>

$$\overrightarrow{V_0}\begin{cases} V_{0x} = V_0\, cos(\alpha) = 4\frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}\ \ m\,/s \\ V_{0y} = V_0\, sin(\alpha) = 4\frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}\, m\,/\,s \end{cases}.$$

*Alors* $\overrightarrow{P_0} = m\,\vec{V}_0 = 100\,\vec{V}_0 \ \Rightarrow\ \overrightarrow{P_0}\begin{cases} P_{0x} = 200\sqrt{2}\ kg\,.m/s \\ P_{0y} = 200\sqrt{2}\ kg\,.m/s \end{cases}.$

2. *Entre les deux points A et C on néglige la résistance de l'aire ( pas de force de frottement ) . Calculer la quantité de mouvement du plongeur à un instant t en utilisant la deuxième loi de Newton .*

<u>*Sol:*</u>

*Système : { Plongeur },* $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{P}}{dt} \Rightarrow m\vec{g} = \frac{d\vec{P}}{dt}$ .

*Or* $m\vec{g} = 0\vec{\imath} - mg\,\vec{\jmath}$ *, alors*

$$-mg\vec{\jmath} = \frac{d\vec{P}}{dt} \Rightarrow d\vec{P} = -mg\vec{\jmath}\,dt$$

$\vec{P} = -\int mg\vec{\jmath}\ dt = -mgt\,\vec{\jmath} + \overrightarrow{P_0}$ .

*Donc :* $\vec{P} = \left(200\sqrt{2}\right)\vec{\imath} + \left(200\sqrt{2} - 10^3 t\ \right)\vec{\jmath}$ *) Kgm /s , ( mg=100(10)=1000)*

3. Détérminer le vecteur vitesse , et accélération et position du plongeur , à un instant t .

<u>Sol:</u>

$\vec{P} = m\,\vec{V} \Rightarrow \vec{V} = \frac{\vec{P}}{m} = \frac{\vec{P}}{100}$ .

Donc : $\vec{V} = \left(2\sqrt{2}\right)\vec{\imath} + \left(2\sqrt{2} - 10t\right)\vec{\jmath}\;\; m/s$ .

$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \Rightarrow \vec{a} = -10\,\vec{\jmath}\,m/s^2 \; = -g\,\vec{\jmath}\,m/s^2$ .

$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{r} = \int \vec{V}\,dt \;\Rightarrow \vec{r} = \left(2\sqrt{2}\,t\right)\vec{\imath} + \left(2\sqrt{2}\,t - 5t^2\right)\vec{\jmath} + \vec{r}_0$ .

Mais $\overrightarrow{r_0} = 0\,\vec{\imath} + 10\,\vec{\jmath}$ , C'est le point A .

Alors : $\vec{r} = \left(2\sqrt{2}\,t\right)\vec{\imath} + \left(10 + 2\sqrt{2}\,t - 5t^2\right)\vec{\jmath}$ ) mètre (m) .

4. Détérminer la position de la sommet S du trajectoire .

<u>Sol:</u>

Au sommet , la vitesse est tangente horizantalement à la courbe , alors $V_y = 0$ ,

Donc : $2\sqrt{2} - 10t = 0 \Rightarrow t = \frac{2\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{5}\ (s)$ .

Remplaçons t par ça valeur dans $\vec{r}(t)$ , pour obtenir :

$$\overrightarrow{r_S} = \left(2\sqrt{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)\vec{\imath} + \left(10 + 2\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right) - 5\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^2\right)\vec{\jmath}$$

Donc : $\overrightarrow{r_S} = 0.8_{(m)}\,\vec{\imath} + 10.4_{(m)}\,\vec{\jmath}$ .

5. Détérminer la position d'impact , avec la surface de l'eau ( point C ) .

<u>Sol:</u>

$C \in (horizantale)$ , alors $y_C = 0 \Rightarrow 10 + 2\sqrt{2}\, t - 5t^2 = 0$ ,

À l'aide d'une calculatrice on obtient : $\begin{cases} t = 1.725\ (s), ou \\ t = -1.159 < 0 \ \Rightarrow \text{à}\ rejeter \end{cases}$ .

Alors $t = 1.725(s)$ , Remplaçons t par sa valeur dans x , pour obtenir :

$x_C = 2\sqrt{2}\, t = 2\sqrt{2}\,(1.725) = 4.87\ m$ .

6. Détérminer la direction ( angle aigu ) , du vitesse $\overrightarrow{V_C}$ , à l'instant d'impact du plongeur avec la surface de l'eau , par rapport à l'axe des abscisses .

<u>Sol:</u>

Soit $\beta$ , l'angle entre le vecteur $\overrightarrow{V_C}$ et l'axe des abscisses , par projections sur les deux axes du repère , on obtient $tan(\beta) = |\frac{V_{Cy}}{V_{Cx}}|$ ( car angle aigu , on prend la valeur absolue) ,

Or Pour $t = 1.725\ (s)$, d'après le numéro 5 , on $\vec{V} = \overrightarrow{V_C}$ ,

Donc $V_{cx} = 2\sqrt{2}$ , constante durant tout le mouvement de A vers C .

$V_{cy} = 2\sqrt{2} - 10\, t = 2\sqrt{2} - 10(1.725) = 2\sqrt{2} - 17.25$ .

Donc , $tan(\beta) = \left|\frac{2\sqrt{2}-17.25}{2\sqrt{2}}\right| = +5.098 \Rightarrow\ \beta = 78.9^0$ C.q.f.t .